

1.º TESTE DE NÚMEROS E FUNÇÕES

12 de Novembro de 2009 Duração: 1h 30m

Enunciado A

(1) Considere em \mathbb{R} as seguintes condições

$$\frac{2-x}{x+4} > 2 \quad \text{e} \quad |x-2| > |x|.$$

- a) Indique o conjunto solução de cada condição.
- b) Indique o conjunto dos números reais x tais que:
 - b.1) verificam ambas as condições;
 - b.2) verificam pelo menos uma das condições;
 - b.3) verificam apenas uma das inequações dadas.

(2) Considere as seguintes funções reais de variável real

$$f(x) = x^2 - 3x \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{x+3}{2-x}$$

- a) Mostre que f não é injectiva.
- b) Mostre que g é invertível e determine a sua inversa.
- c) Defina $f \circ g^{-1}$ e calcule $(f \circ g^{-1})(-5)$.

(3) Calcule o domínio da função real de variável real

$$h(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 - 5x + 6}} - 1$$

(4) a) Calcule, se existir, o limite das seguintes sucessões:

(a) $a_n = \frac{n+3}{1-2n}$,

(b) $b_n = \frac{2n^2 + 1}{4n^3 + 5n^2 + 2}$,

(c) $c_n = \frac{n^2}{n+1}$,

(d) $d_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$,

(e) $e_n = \frac{2^n + 1}{3^n + 1}$.

b) Classifique a sucessão $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ quanto à sua monotonia.